

2020 年 昭和女子大

方程式 $7x - 5y = 3 \cdots \cdots (*)$ の自然数の解 (x, y) を考える。(1) $(*)$ を変形して

$$7(x - \square) = 5(y - \square)$$

ここで、7 と 5 は互いに素であるから、解 (x, y) は 0 以上の整数 m を用いて、

$$\begin{cases} x = \square m + \square \\ y = \square m + \square \end{cases} \quad (m = 0, 1, 2, \cdots)$$

と表すことができる。

(2) x, y の最大公約数が 3 のとき、 $x = 3X, y = 3Y$ とおくと、

$$7X - 5Y = 1$$

が成り立つから、解 (X, Y) は 0 以上の整数 n を用いて、

$$\begin{cases} X = \square n + \square \\ Y = \square n + \square \end{cases} \quad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

となる。さらに x, y の最小公倍数が 264 であるとき、

$$XY = \square$$

であるから、 $(x, y) = (\square, \square)$ である。