2008 年 東北大

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 2,\ a_{n+1} = \frac{4a_n + 1}{2a_n + 3}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 2 つの実数 α と β に対して，$b_n = \dfrac{a_n + \beta}{a_n + \alpha}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおく。$\{b_n\}$ が等比数列となるような α と β $(\alpha > \beta)$ を 1 組求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

2016 年 青山学院大

数列 $\{a_n\}$ が，条件 $a_1 = \dfrac{5}{2}$，$a_{n+1} = 4 - \dfrac{3}{a_n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ によって定まっているとする。このとき，次の問に答えよ。

(1) すべての n に対して $2 < a_n < 3$ であることを示せ。

(2) $x_n = \dfrac{1}{3 - a_n}$ とおくとき，数列 $\{x_n\}$ の満たす漸化式を求めよ。また，その一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

2019 年 兵庫医科大

$a_1 = 2,\ a_{n+1} = \dfrac{2a_n + 4}{a_n + 5}$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1) $b_n = a_n + 4$ とおくとき，b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

2012 年 東海大・医

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 0,\ a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

$n \geqq 3$ のとき，a_n を $a_n = \frac{c_n}{b_n}$ と表す。ここで，b_n，c_n は互いに素な自然数である。$n = 1$ のとき，$b_1 = 1$，$c_1 = 0$，$n = 2$ のとき，$b_2 = 1$，$c_2 = 1$ と定める。

(1) b_{n+1}，c_{n+1} を b_n，c_n で表すと $b_{n+1} = \boxed{}$，$c_{n+1} = \boxed{}$ である。

(2) p を定数とする。$n \geqq 2$ のとき，数列 $\{c_n\}$ において，漸化式 $c_{n+1} = p(c_n + c_{n-1})$ が成り立つならば，$p = \boxed{}$ である。この漸化式から $n \geqq 2$ のとき

$$c_{n+1} - \alpha c_n = \beta(c_n - \alpha c_{n-1})$$
$$c_{n+1} - \beta c_n = \alpha(c_n - \beta c_{n-1})$$

を満たす定数 α，β が定まる。$\alpha > \beta$ であるとき，$\alpha = \boxed{}$，$\beta = \boxed{}$ である。

(3) α，β を (2) で求めたものとする。一般項 c_n を α，β，n で表すと $c_n = \boxed{}$ である。また，一般項 a_n を α，β，n で表すと $a_n = \boxed{}$ である。したがって，数列 $\{a_n\}$ は収束し，$\lim_{n\to\infty} a_n = \boxed{}$ である。

2019 年 山口大（漸化式のみ）

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = 2 + \frac{3}{a_n}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

一般項 a_n を求めよ。

2015 年 東京工業大

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 5,\ a_{n+1} = \frac{4a_n - 9}{a_n - 2}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。